

ЛЕКЦИЯ 1

**Физические основы квантовой механики.
Корпускулярно-волновой дуализм****1.1. Результаты квантовой механики. Корпускулярно-волновой дуализм**

Квантовая механика есть основа не только современной физики, но и современного естествознания вообще. Она определила во многом и современную философию науки.

В начальный период развития квантовой механики было очень трудно понять и представить происходящие явления. По словам Л.Д. Ландау, величайшим достижением было то, что «мы смогли понять даже то, что не могли себе представить».

Исходя из экспериментальных фактов были выработаны новые понятия и законы, которые позволили связать различные явления между собой и объяснить существующие закономерности.

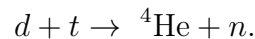
В качестве введения перечислим **результаты квантовой механики**, которые решили проблемы классической физики:

- 1) **Строение атомов, атомных ядер, молекул. Периодическая система Д.И. Менделеева.**
- 2) **Химическая связь** (в особенности связь нейтральных молекул типа H_2), **валентность**, в том числе направленная валентность.
- 3) **Тепловые законы:**
 - а) двухатомные молекулы, **теплоемкость двухатомных молекул** (отсутствие возбуждения колебательной степени свободы при нормальных температурах);
 - б) **электронная теплоемкость** (отсутствие вклада электронов в теплоемкость твердых тел при нормальных температурах);
 - в) **зависимость теплоемкости от температуры.**
- 4) **Теория твердых тел:** существование металлов, диэлектриков, полупроводников. Квантовая механика привела к появлению **зонной теории**: при производстве некоторых полупроводников их вначале очищают от примесей, а затем вводят специальные примеси, улучшающие их свойства.
- 5) **Магнетизм: ферромагнетизм, антиферромагнетизм, слабый магнетизм** и другие проявления магнитных явлений.
- 6) **Квантовые генераторы:** мазеры, лазеры и др. устройства.
- 7) **Туннельные переходы** — способность частицы, обладающей меньшей энергией, чем потенциальный барьер, оказаться по другую сторону этого барьера (благодаря туннельным переходам через кулоновский барьер термоядерные реакции возможны при гораздо более низких температурах, чем те, что следуют из классических представлений).
- 8) **Термоядерные реакции. Управляемый термоядерный синтез.** Туннельные переходы полупроводников.
- 9) **Туннельный микроскоп** — прибор, позволяющий видеть отдельные атомы.
- 10) **Резонансные эффекты.** Без учета резонансных эффектов невозможна работа ядерного реактора без сильного обогащения урановой руды. В ядерном реакторе U^{235} делится тепловыми нейтронами. Нейтроны, получающиеся при делении U^{235} , замедляясь в общей толще урана, резонансным образом могут по-

Лекция 1. Основы квантовой механики. Корпускулярно-волновой дуализм

глощаться ядрами U^{238} , поскольку у этого изотопа существуют энергетические уровни с энергиями порядка 10–20 эВ. Чтобы избежать вредного поглощения нейтронов U^{238} существуют замедлители (графитовые, тяжелая вода), в которых вылетающие нейтроны теряет энергию, чтобы быть захваченными U^{235} . Таким образом, даже в природном уране, содержащем 0,7 % U^{235} возможно осуществить ядерную реакцию.

- 11) **Термоядерная реакция в водородной бомбе** имеет вид:



Ядро ${}^5\text{He}$ нестабильное, поэтому распадается на ${}^4\text{He}$ и нейтрон. Однако при энергии порядка 20 МэВ существует энергетический уровень, на который попадают дейтерий и тритий при сближении. Благодаря этому эта реакция в сто раз сильнее, чем дейтерий-дейтериевая.

- 12) **Сверхпроводимость, сверхтекучесть.** ${}^4\text{He}$ при низких температурах представляет собой квантовую жидкость.
- 13) **Физика белых карликов и нейтронных звезд.** Свойства этих объектов объясняются исключительно с квантовой точки зрения: плотность белых карликов так велика, что, благодаря квантово-механическому принципу Паули возникает давление, компенсирующее силы гравитации. Точно такое же явление происходит и в нейтронных звездах.
- 14) **Макроскопические квантовые явления: эффект Джозефсона, Андреевское отражение.** Эффект Джозефсона возникает, если между двумя сверхпроводниками поместить диэлектрик. На основе этого явления можно изготовить устройства — **СКВИДы**, позволяющие измерять напряженность магнитного поля с точностью до 10^{-7} Гс. Андреевское отражение возникает на границе обычного металла и сверхпроводника. Этот эффект позволяет накапливать крайне малые объемы энергии, что используется в измерениях, например, потоков энергии от звезд.
- 15) **Элементарные частицы, корпускулярно-волновой дуализм.** Свойства элементарных частиц определяются квантовой механики. Рождение частиц при взаимодействии определяет один из основных принципов квантовой механики — корпускулярно-волновой дуализм.
- 16) **Вселенная:** данные, полученные в результате наблюдения за анизотропией реликтового излучения не противоречат тому, что существующие структуры Вселенной — галактики, скопления галактик, — возникли в результате квантовой флуктуации на раннем этапе формирования Вселенной.

Этот список можно дополнить, например, явлениями, связанными с биологией, клеточными механизмами.

Физической основой квантовой механики является **корпускулярно-волновой дуализм**.

Разные объекты природы (свет, атомы и т.д.) в одних условиях могут проявлять свойства волн, а в других условиях — свойства частиц. Таким образом, квантовая механика связывает два, казалось бы, совершенно разных качества одного и того же объекта — волновые и корпускулярные свойства.

Корпускулярно-волновой дуализм был вначале обнаружен для электромагнитных колебаний.

1.2. Законы теплового равновесного излучения. Гипотеза Планка.

К концу 19-го века было установлено, что свет представляет собой электромагнитные колебания, удовлетворяющие теории Максвелла. Этому способствовали опыты и теория Максвелла, а также явления интерференции, дифракции и поляризации. Одним из решающих доказательств были опыты Генриха Герца с радиоволнами и существование светового давления, измеренное П.Н. Лебедевым.

Казалось бы, теория, подтвержденная столькими экспериментами, является верной. Однако существовали некоторые неясности, например — законы теплового равновесного излучения (**черного излучения**).

Рассмотрим некоторую изолированную полость, в которой поддерживается постоянная температура T (см. рис. 1.1).

В результате колебаний атомов испускается и поглощается электромагнитное излучение. В конце концов в полости устанавливается термодинамическое равновесие. То излучение, которое будет в равновесии с веществом при заданной температуре T и называется **равновесным излучением**. Такое равновесное излучение называют черным, поскольку все излучение с поверхности полости поглощается этой же поверхностью.

Сделав отверстие (1) в стенке полости, можно измерить выходящее оттуда черное излучение. Поскольку черному равновесному излучению можно сопоставить температуру, в этом случае становятся применимы законы термодинамики.

Результатом применения термодинамических соотношений является **закон Стефана – Больцмана**:

$$\varepsilon = \sigma T^4.$$

где ε — энергия теплового излучения.

σ — некоторый коэффициент пропорциональности.

В дальнейшем возник вопрос о спектральном составе черного излучения.

Для нахождения спектра представим плотность излучения в следующем виде:

$$d\varepsilon = \rho(\omega, T) d\omega,$$

где ω — частота излучения.

Полная энергия в этом случае будет интегралом плотности излучения по всем частотам:

$$\varepsilon = \int_0^{\infty} \rho(\omega, T) d\omega. \quad (1.1)$$

Таким образом, задача нахождения спектрального состава сводится к нахождению вида функции $\rho(\omega, T)$.

В рамках классической статистической физики можно было бы объяснить явление черного излучения так: в полости на рисунке 1.1 устанавливались стоячие волны, которые есть не что иное, как осциллятор.

Согласно статистической физике, энергия осцилляторы определяется следующим выражением:

$$\varepsilon_{\text{осц}} = kT.$$

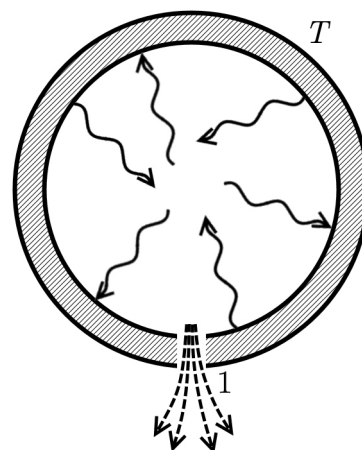


Рис. 1.1.

Следовательно, функция $\rho(\omega, T)$ принимает следующий вид:

$$\rho(\omega, T) = n(\omega) \cdot kT,$$

где $n(\omega)$ — число осцилляторов.

Число осцилляторов всегда можно определить следующим образом: рассмотрим параллелепипед (см. рис. 1.2).

Если на стенках напряженность электрического и магнитного полей равна нулю, то решение для электромагнитных волн будет иметь следующий вид:

$$\psi = A \sin \omega t \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z).$$

В этом случае на одном из концов волновода решение нулевое. Чтобы решение было нулевым и на другом конце на расстоянии

$$x = L_x, \quad y = L_y, \quad z = L_z$$

необходимо, чтобы

$$k_x L_x = \pi n_1, \quad k_y L_y = \pi n_2, \quad k_z L_z = \pi n_3, \quad .$$

Теперь, для разных n количество волн в некотором промежутке равно:

$$\Delta k_x L_x = \pi \Delta n_1.$$

Аналогичный вид будут иметь выражения для числа волн в направлениях L_y, L_z .

Следовательно, общее число осцилляторов будет равно:

$$\Delta n = \Delta n_1 \Delta n_2 \Delta n_3 = \frac{\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z}{\pi^3} L_x L_y L_z,$$

а число осцилляторов в единице объема, соответственно, окажется равным:

$$\Delta n = \frac{\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z}{\pi^3}$$

Величины k_x, k_y, k_z связаны с частотой следующим соотношением:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2,$$

поэтому в промежутке $\Delta \omega$ число осцилляторов $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$ — одна восьмая часть шара в пространстве (см. рис. 1.3), поскольку

$$k_x > 0, \quad k_y > 0, \quad k_z > 0.$$

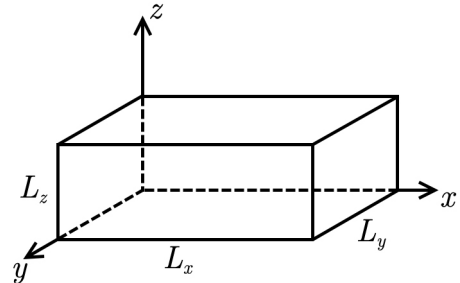


Рис. 1.2.

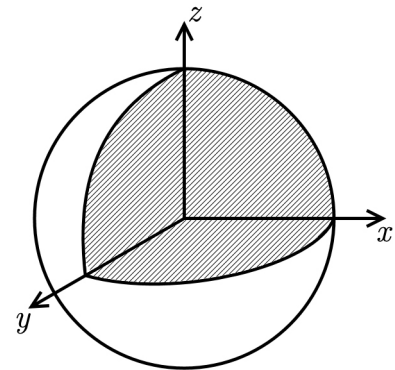


Рис. 1.3.

В этом случае число осцилляторов примет вид:

$$\Delta n = \frac{4\pi}{3} \frac{\omega^3}{c^3} \frac{1}{8} \cdot 2,$$

где число 2 возникает из за того, что у света возможны две поляризации.

Продифференцировав это выражение около поверхности шара (см. рис. 1.3) по ω , получим число осцилляторов в единице объема, приходящееся на интервал частот $d\omega$.

$$dn_\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}.$$

Поэтому, согласно классической статистике, функция $\rho(\omega, T)$ примет вид:

$$\rho(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \Rightarrow d\varepsilon = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega. \quad (1.2)$$

Эта формула носит название **формула Релея – Джинса**.

Рассмотрим график распределения энергии по частотам (см. рис. 1.4). В соответствии с (1.2)

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} \sim \omega^2.$$

Зависимость, получающаяся на графике 1.4, носит название **«ультрафиолетовая катастрофа»**, поскольку энергия - интегральная величина, а интеграл энергии (1.1), согласно графику, расходится.

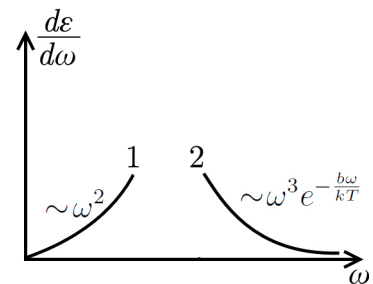


Рис. 1.4.

Это свидетельствует о том, что классическая статистическая механика в этом случае неприменима.

Формула Рэлея – Джинса применима только при малых частотах, то есть на участке (1) графика 1.4.

В области высоких частот (малых длин волн) Вин теоретически определил, что

$$\rho(\omega, T) \sim \omega^3 f\left(\frac{\omega}{T}\right),$$

однако вид функции f он определить не смог.

Вид функции $f(\omega/T)$ предложил Михельсон. Считая, что излучающие осцилляторы соответствуют распределению Больцмана, он предложил зависимость

$$f\left(\frac{\omega}{T}\right) \sim e^{-\frac{mv^2}{kT}}.$$

Сообразно с этим, Вин предложил следующий вид функции $\rho(\omega, T)$:

$$\rho(\omega, T) \sim \omega^3 e^{-\frac{b\omega}{kT}},$$

где b — некоторая постоянная.

Эта формула впоследствии получила название **«формула Вина»**.

Этот вид соответствовал эксперименту при больших частотах (участок (2) на рисунке 1.4).

Вопросом теплового излучения занялся Планк. Он заметил, что эти две области (1) и (2) можно сшить, приняв некоторую гипотезу, противоречащую классическим

представлениям. Согласно **гипотезе Планка**, осцилляторы вещества могут испускать энергию не непрерывно, а некими порциями.

Он предложил запись

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

На самом деле Планк рассматривал следующий вид:

$$\varepsilon = h\nu,$$

но, поскольку производить вычисления удобнее в терминах циклической частоты ω :

$$\omega = 2\pi\nu \quad \Rightarrow \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Используя свою гипотезу, Планк получил следующую формулу

$$\rho(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (1.3)$$

которая объединяет обе зависимости на рис. 1.4.

1) Если

$$\hbar\omega \ll kT,$$

то, разложив (1.3) по малому параметру экспоненты, получим

$$\rho(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{kT}{\hbar\omega} = \frac{kT\omega^2}{\pi^2 c^3} \sim \omega^2,$$

то есть формулу Рэлея – Джинса.

2) Если же

$$\hbar\omega \gg kT,$$

то экспонента в знаменателе (1.3) намного больше единицы, и, следовательно, получаем формулу Вина, причем $b = \hbar$.

Пуанкаре, познакомившись с работой Планка, сказал, что гипотеза квантов меняет философию науки и приводит к новой механике, в которой переход из одного состояния в другое возможно осуществить, минуя все промежуточные состояния.

Когда начались космические исследования, был измерен спектр реликтового излучения, оставшегося от горячей стадии Вселенной. Оказалось, что этот спектр согласуется с формулой Планка с точностью до 10^{-5} . При температурах порядка 10^{-6} К появляются отклонения от формулы Планка, анизотропия реликтового излучения.

Планк же тогда, хотя и сомневался в своих результатах, написал: «На основании постоянной Планка можно построить систему естественных единиц, которая в силу независимости от специфики тел и вещества, сохраняет свое значение для всех времен и для всех культур, в том числе и внеземных, не созданных человеком».

В эту систему единиц входят:

1) **Гравитационная постоянная**

$$G = \frac{\hbar c}{m_{pl}^2},$$

где m_{pl} — **масса Планка**

$$m_{pl} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Г} = 10^{19} m_{\text{нуклон}}.$$

2) Единица длины — **Длина Планка**

$$L_{pl} = \frac{\hbar}{m_{pl}c} \simeq 3 \cdot 10^{-33} \text{ см.}$$

3) Единица времени — **Время Планка**

$$T_{pl} \simeq \frac{\hbar}{m_{pl}c^2} \simeq 10^{-43} \text{ сек.}$$

Считается, что наша Вселенная произошла от размера примерно равной длине Планка, за время Планка достигнув макроскопических размеров.

1.3. Фотоэффект

Вторым эффектом, который смогли объяснить в рамках новой квантовой механики, является явление **фотоэффекта**, открытое в 1886–1888 годах Генрихом Герцем во время опытов по получению радиоволн. Таким образом, доказав теорию Максвелла, он одновременно обнаружил эффект, который противоречит волновой теории света.

Исходя из опытов он заметил, что длина дуги разрядника увеличивалась, если разрядник освещался ультрафиолетовым излучением другого разрядника, который увеличивал ионизацию.

Позднее, в 1889 году А.Г. Столетов обнаружил, что при фотоэффекте уходят отрицательные заряды (электрон был открыт Томсоном лишь в 1897 году), и фототок течет только тогда, когда облучается отрицательный электрод. Он также отметил, что фототок пропорционален интенсивности света.

Также А.Г. Столетов обнаружил, что при облучении инфракрасным светом фотоэффект не наблюдается.

В 1899 годах немецкий исследователь Ленард показал, что:

- 1) При фотоэффекте вылетает электрон,
- 2) **Энергия** вылетающих электронов зависит от частоты и **не зависит от интенсивности падающего света**.

С токи зрения классических представлений этот факт кажется неверным: большая интенсивность падающего света создает большую напряженность, которая заставляет электрон вылетать с поверхности.

Измерения Ленарда впоследствии уточнялись Милликеном, Резерфордом. Получалась следующая формула:

$$\frac{mv^2}{2} = \varphi + \hbar\omega, \quad (1.4)$$

где $\varphi = \text{const}$ — некоторая постоянная, зависящая от материала.

Опыт ставился следующим образом: электроны с катода вылетали на отрицательно заряженную сетку, пропускавшую только электроны с энергией выше некоторого порогового значения. Меняя потенциал на сетке, можно было измерить эту энергию.

Впервые объяснил фотоэффект и получил формулу (1.4) Альберт Эйнштейн. Он предположил, что порциями энергии обладают не только осцилляторы вещества, но и электромагнитное излучение — порциями являются так называемые **кванты света**.

Гипотеза Эйнштейна состояла в том, что электромагнитное поле состоит из световых квантов с энергией $\hbar\omega$. Величина φ в выражении (1.4) в этом случае — энергия выхода электрона из вещества, зависящая от самого вещества.

Таким образом, фотоэффект — второе корпускулярное явление.

Выдвигая идею о существовании квантов света, Эйнштейн не рассматривал импульс этих квантов: он исходил из закона Вина.

Штарк в 1909 году выдвинул теорию, которую в 1916 году развил Эйнштейн: если у светового кванта есть энергия

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad (1.5)$$

а распространяется он со скоростью c , то его импульс равен

$$p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad (1.6)$$

где k — волновой вектор.

Следовательно, световые кванты имеют импульсы. Формулы (1.5), (1.6) релятивистски инвариантны. Действительно, в курсе теории поля были введены следующие выражения для 4-вектора импульса и волнового 4-вектора, объединяющиеся в уравнение

$$\left. \begin{aligned} \underline{P}^i &= \left(\frac{\varepsilon}{c}, \vec{p} \right) \\ \underline{K}^i &= \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k} \right) \end{aligned} \right| \Rightarrow \underline{P}^i = \hbar \underline{K}^i,$$

которое, фактически, распадается на систему уравнений (1.5), (1.6). Таким образом, Штарк предсказал третий наблюдаемый эффект — эффект Комптона.

1.4. Эффект Комптона

Комптон исследовал рассеяние рентгеновских лучей на свободных электронах.

Известно, что если частота падающего света значительно больше характерных частот в атоме, то электроны можно рассматривать как свободные. Комптон обнаружил, что длина волны рентгеновского излучения после прохождения вещества, где происходит рассеяние на свободных электронах становится больше:

$$\lambda' = \lambda + \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta), \quad (1.7)$$

где θ — угол рассеяния.

Второе слагаемое в (1.7) не зависит от вещества. На самом деле в эффекте Комптона наблюдается также несмещенная линия, в особенности при рассеянии на тяжелых элементах. Дело в том, что частота рентгеновских квантов оказывается недостаточной для взаимодействия с некоторыми внутренними электронами, поэтому в тех случаях длина волны не изменяется.

Формула (1.7) в точности отвечает рассеиванию частицы без массы (кванта света) на свободном электроном. Закон изменения частоты имеет следующий вид:

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{2\pi\hbar\omega}{mc^2}(1 - \cos(\theta))}. \quad (1.8)$$

Если учесть, что

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega},$$

то при подстановке в выражение (1.8) в точности получим выражение (1.7).

Таким образом, было доказано, что световые кванты обладают импульсом. Впоследствии световые кванты получили название «фотоны». Было также показано, что в некоторых случаях, например при малых длинах волн, проявляются корпускулярные свойства света.

В конце 20-х годов Д.В. Скобельцын решил напрямую проверить формулу Комптона (1.7), рассматривая аналогию с соударением бильярдных шаров. Опыт проводился в камере Вильсона. Предыдущие результаты нельзя было считать надежными, поскольку энергии рентгеновского излучения не хватало для того, чтобы придать электрону отдачи достаточную для точных измерений энергию.

Д.В. Скобельцын использовал радиоактивный источник с большой энергией фотонов. Из окошка (1) в камеру Вильсона (2) выпускались фотоны, которые обнаруживались по электрону отдачи (3) (см. рис. 1.5). Чтобы электроны, вылетающие из окошка (1), не мешали эксперименту, в поперечном направлении было включено сильное магнитное поле \vec{H} .

Магнитное поле, введенное из методических соображений, сыграло важную роль в следующем открытии.

Камеру Вильсона периодически пронизывали космические лучи (4). Считалось, что космические лучи есть не что иное, как радиоактивность (которая имеет энергию порядка 1 МэВ). Однако частицы, проходившие камеру Скобельцына, в сильном магнитном поле практически не отклонялись. Это означало, что космические лучи несут большую энергию.

Установив счетчики Гейгера (5) в совпадении с двух сторон камеры Вильсона. Если происходило совпадение, то включалась камера Вильсона. Это позволило избежать бесполезной информации.

В результате была собрана большая статистика, что привело к открытию позитрона, частицы Юкавы, μ -мезона и многих других частиц.

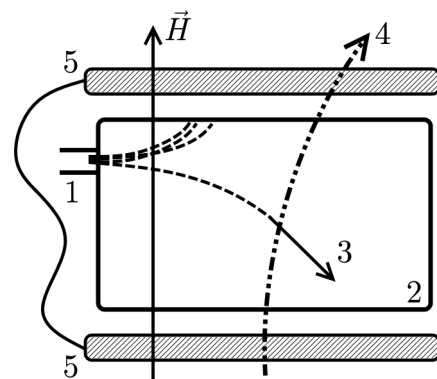


Рис. 1.5.

1.5. Интерференция

Явление интерференции невозможно объяснить с помощью частиц, движущихся по некоторым траекториям. Таким образом, с одной стороны — световые кванты, которые имеют импульс, а с другой, например, — дифракция Фраунгофера на двух щелях, которую с помощью квантов объяснить не получится.

Рассмотрим две щели a и b , на которые падает параллельный пучок света от источника K . В результате на экране (1) наблюдается интерференционная картина. Возьмем одну из точек минимума этой интерференционной картины — точку A (см. рис. 1.6).

С точки зрения световых квантов минимум объясняется тем, что световые кванты не попадают в эту точку. Закрыв щель b увидим, что в точке A появится некоторая освещенность.

Таким образом, с точки зрения корпускул, летящих по определенным траекториям, это явление объяснить не получится.

Объяснение интерференции на языке корпускул и будет означать создание квантовой механики. **Цель квантовой механики** — объяснить волновые явления на корпускулярном языке.

В уравнениях (1.6)–(1.7) не говорилось о траектории частиц, а лишь постулировалось, что частицы имеют порцию энергии и порцию импульса. Мы лишь молча предполагаем, что, поскольку у частицы есть энергия и импульс, она обладает определенной траекторией движения.

На следующих лекциях будет показано, что корпускулярно-волновой дуализм имеет всеобщее и универсальное значение: не только волны света проявляют себя как частицы, но и частицы проявляют себя как волны.

В 1911 г. Резерфорд открыл существование атомного ядра, и, как следствие, получила распространение **планетарная модель атома**. Вместе с этим открытием возник вопрос, почему электрон не падает на ядро. Согласно законам классической электродинамики, за время

$$\tau \simeq 10^{-8} \text{ сек.}$$

электроны должны были бы упасть на ядро.

Второй возникший вопрос — проблема **спектральных закономерностей Бальмера**. Бальмер заметил следующее для наблюдающихся частот:

$$\omega = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right), \quad (1.9)$$

где n, n' — целые числа,

R — некоторая величина.

Томсон, открывший электрон, утверждал, что электрон находится в окружении равномерно распределенного положительного заряда и колеблется между ними с конкретной определенной частотой. В таком случае электрон может иметь одну или несколько кратных частот колебаний, но зависимость (1.9) с помощью такой модели объяснить не получится.

Представление атома как системы мембран, а не осцилляторов также не давало требуемого результата.

Таким образом, после открытия атомного ядра существовало две проблемы:

- 1) Устойчивость атома;
- 2) Спектральные закономерности.

Любопытно, что Томсон не верил в планетарную модель атома, и именно по этой причине прогнал своего ученика Бора к Резерфорду, где и Бор пришел к результатам, которые будут в дальнейшем рассмотрены на лекциях.

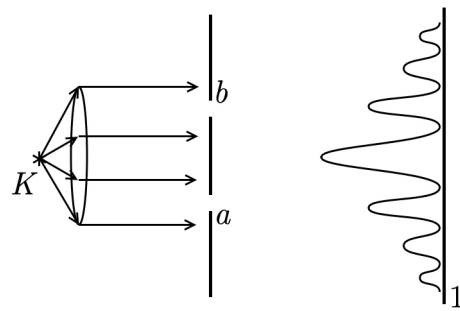


Рис. 1.6.